

ANALIZA MATEMATIKE III

1. VARGJET DHE SERITË FUNKSIONALE

Të caktohet intervali i konvergjencës i serive funksionale

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (2x)^n}{n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sqrt[3]{\sin^n x}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{\frac{n}{x}}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{x^n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln x)^n}{n}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \cdot \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^n$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot \sin^n x}{n^2}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^3}{(1+x^3)^{n-1}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{n!}$.

Me anë të kriterit të Vajershtasit të shqyrtohet konvergjenca uniforme:

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 x^2}}{n^2}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+n^4 x^2}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n!}{n^{2n}} \cdot \cos 2nx$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1} \sqrt{1+nx}}$.

Duke shfrytëzuar kriterin e Vajershtasit, të vërtetohet se seritë e dhëna konvergjojnë uniformisht në intervalet e dhëna.

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n!}$, $x \in (-\infty, \infty)$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^4 x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + n^3}$, $x \in \mathbb{R}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{x^2}{n \ln^2 n}\right)$, $x \in [-a, a]$, $a \in \mathbb{R}$.
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$, $x > 1$.

Cilat nga seritë e dhëna mund të derivohen ose integrohen term për term brenda intervalit të dhënë?

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}$, $x \in (\varepsilon, 2\pi - \varepsilon)$.
21. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^{\frac{1}{2n+1}} - x^{\frac{1}{2n-1}}\right)$, $x \in [0, 1]$.
22. Të njehsohet $\int_0^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 + x^2}\right) dx$?