

Provim me shkrim nga lënda
ANALIZA MATEMATIKE I
Drejtimi: Matematikë
(09.02.2006)

Detyra 1. Të vërtetohet mosbarazia

$$\left| \sin \sum_{k=1}^n x_k \right| \leq \sum_{k=1}^n \sin x_k, \quad (0 \leq x_k \leq \pi, k = 1, 2, \dots, n).$$

Detyra 2. a) Vargu $y_n = y_n(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) është përkufizuar si vijon

$$y_1 = \frac{x}{2}, \quad y_n = \frac{x}{2} + \frac{y_{n-1}^2}{2}.$$

Tregoni se vargu është konvergjent dhe pastaj të njehsohet $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

b) Duke zbatuar kriterin e Rabeut, të shqyrtohet konvergjenca e serisë $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$.

Detyra 3. Le të jetë $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ funksion i vazhdueshëm i tillë që $f(0) = f(1)$ dhe le të jetë $n \in \mathbb{Z} \setminus \{1\}$. Tregoni se ekziston $x \in [0,1]$ i tillë që $f(x) = f\left(x + \frac{1}{n}\right)$.

Udhëzim. Të shqyrtohet funksioni ndihmës $g: \left[0, \frac{n-1}{n}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ i dhënë me

$$g(x) = f(x) - f\left(x + \frac{1}{n}\right).$$

Detyra 4. Të shqyrtohet dhe të paraqitet grafikisht funksioni $y = (x+1)e^{-x}$.