

Lënda: MATEMATIKA DISKRETE -grupi A

PROVIM ME SHKRIM – 20.04.2004

Kohëzgjatja: 3 orë mësimore

Gjatë kollokviumit nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit e as përdorimi i literaturës. Kollokviumi konsiderohet i suksesshëm nëse kandidati/ja arrin së paku 50 pikë. Në rastet kur në kuadër të një detyre janë dhënë dy nëndetyra atëherë kandidati/ja duhet të zgjidh vetëm njërën nëndetyrë.

Detyra 1.

1. Të caktohet baza x nëse $(1001)_x + (401)_x = (x)_3 + 24$ nëse x është numër njëshifror. 15 pikë
2. Le të jetë N numër katërshifror $a_0a_1a_2a_3$ (në bazën 10) dhe le të jetë N' numër katërshifror njëri nga 24 permutimet (përkëmbimet) e mundshme të shifrave (p.sh. $a_1a_2a_0a_3, \dots, a_3a_0a_1a_2$). Le të jetë $D = |N - N'|$. Të caktohet shifra më e madhe që e pjesëton numrin D . 25 pikë

Detyra 2.

- a) Tregoni me anë të tabelës se gjykimi $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow \neg r) \wedge r] \Rightarrow q$ është tautologji. 5 pikë
- b) Me anë të ligjeve logjike tregoni se gjykimi i dhënë në rastin a) është tautologji. 7.5 pikë
- c) Të shprehet simbolikisht pohimi:
Çdo numër natyror është shumë e kubeve të katër numrave natyrorë. 2.5 pikë
- d) A është i saktë pohimi $x + (y \cdot z) = (x + y)(x \cdot z)$ nëse $x = 10010100$,
 $y = 00111010$, $z = 01010001$. 5 pikë
- e) Vërtetoni se $x + x' = 1$ për $x = 1101011$. 5 pikë

Detyra 3.

1. Të tregohet se $2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2 \equiv 0 \pmod{54}$. 10 pikë
2. Nëse $x^2 = x + 1$, tregoni se për $n \geq 2$ vlen $x^n = f_n x + f_{n-1}$, ku f_n janë numrat e Fibonaçit ($f_0 = 0, f_1 = 1, f_{n+1} = f_{n-1} + f_n, n > 1$). 25 pikë

Detyra 4.

1. Në zhvillimin e binomit $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^n$ koeficientët 3 dhe 4 janë të barabartë. Të caktohet anëtari i cili përmban x^1 . 15 pikë
2. Në katrorin me brinjë 1 janë vendosur 65 pika të ndryshme. Të tregohet se ekziston segmenti që formohet nga 2 prej pikave të dhëna, gjatësia e të cilit nuk është më e madhe se $\frac{1}{4\sqrt{2}}$. 25 pikë

Lënda: MATEMATIKA DISKRETE -grupi B

PROVIM ME SHKRIM – 20.04.2004

Kohëzgjatja: 3 orë mësimore

Gjatë kollokviumit nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit e as përdorimi i literaturës. Kollokviumi konsiderohet i suksesshëm nëse kandidati/ja arrin së paku 50 pikë. Në rastet kur në kuadër të një detyre janë dhënë dy nëndetyra atëherë kandidati/ja duhet të zgjidh vetëm njërën nëndetyrë.

Detyra 1.

1. Të caktohet baza x nëse $(1001)_x + (401)_x = (x)_3 + 24$ nëse x është numër njëshifror. 15 pikë
2. Le të jetë N numër katërshifror $a_0a_1a_2a_3$ (në bazën 10) dhe le të jetë N' numër katërshifror njëri nga 24 permutimet (përkëmbimet) e mundshme të shifrave (p.sh. $a_1a_2a_0a_3, \dots, a_3a_0a_1a_2$). Le të jetë $D = |N - N'|$. Të caktohet shifra më e madhe që e pjesëton numrin D . 25 pikë

Detyra 2.

- a) Tregoni me anë të tabelës se gjykimi $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow \neg r) \wedge r] \Rightarrow q$ është tautologji. 5 pikë
- b) Me anë të ligjeve logjike tregoni se gjykimi i dhënë në rastin a) është tautologji. 7.5 pikë
- c) Të shprehet simbolikisht pohimi:
Çdo numër i plotë pozitiv është shumë e kubeve të tre numrave të plotë. 2.5 pikë
- d) A është i saktë pohimi $(x + y)(x \cdot z) = (y \cdot z) + x$ nëse $x = 10010100$,
 $y = 00111010$, $z = 01010001$. 5 pikë
- e) Vërtetoni se $x + x' = 1$ për $x = 1101011$. 5 pikë

Detyra 3.

1. Të tregohet se $2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2 \equiv 0 \pmod{54}$. 10 pikë
2. Nëse $x^2 = x + 1$, tregoni se për $n \geq 2$ vlen $x^n = f_n x + f_{n-1}$, ku f_n janë numrat e Fibonaçit ($f_0 = 0, f_1 = 1, f_{n+1} = f_{n-1} + f_n, n > 1$). 25 pikë

Detyra 4.

1. Në zhvillimin e binomit $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^n$ koeficientët 3 dhe 4 janë të barabartë. Të caktohet anëtari i cili përmban x^1 . 15 pikë
2. Në katrorin me brinjë 1 janë vendosur 65 pika të ndryshme. Të tregohet se ekziston segmenti që formohet nga 2 prej pikave të dhëna, gjatësia e të cilit nuk është më e madhe se $\frac{1}{4\sqrt{2}}$. 25 pikë